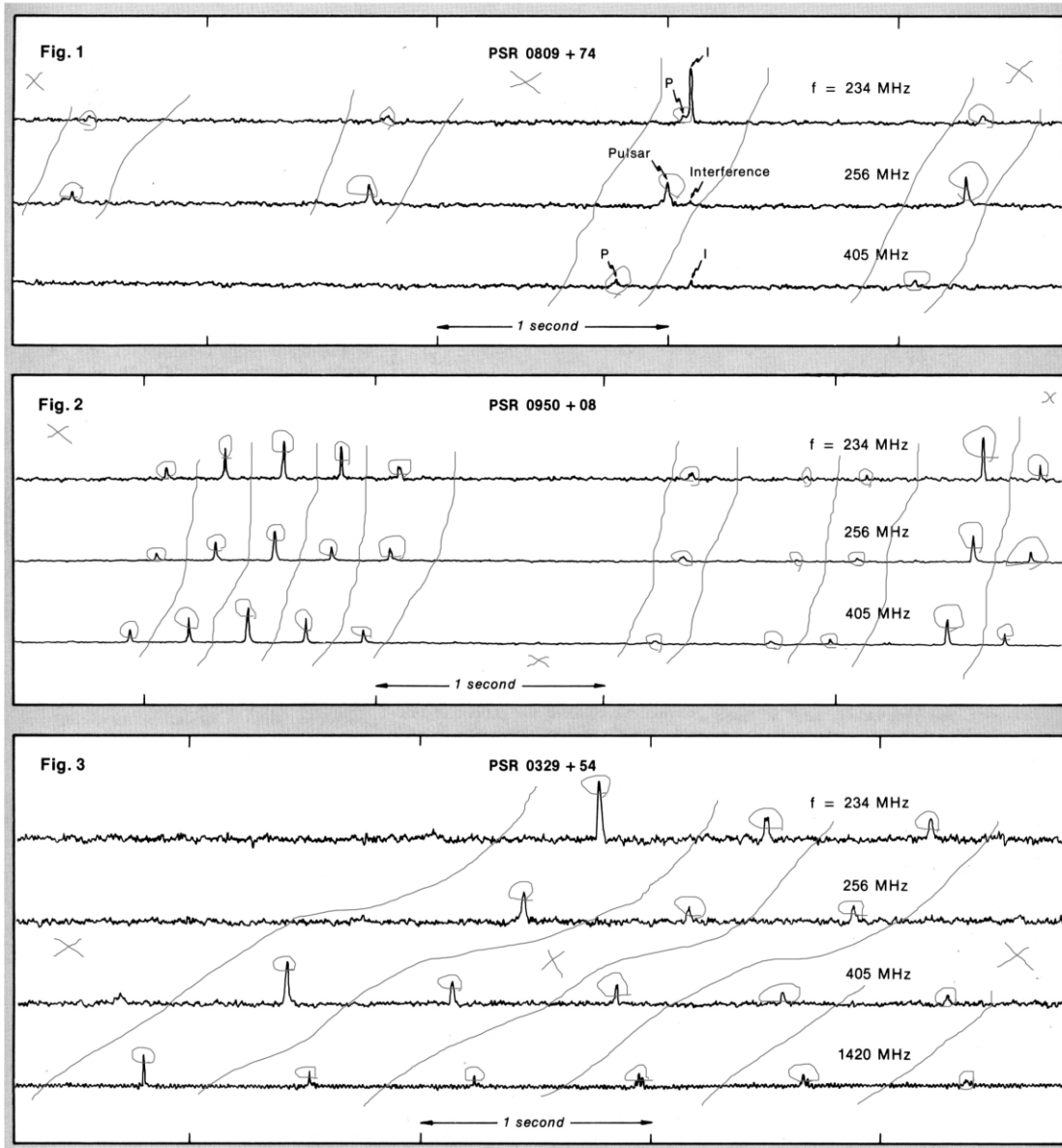


I. 目的

利用 Pulsar 訊號的精確週期性以及同一訊號在不同頻率下因經過星際物質造成的訊號延遲，計算出 Pulsar 的訊號週期以及與我們之間的距離

II. 量測與計算方法



圖片說明:

上圖是由 Pulsar 的 PDF 檔所擷取下來的。

記號 O 代表的是求 Pulsar 週期時所取的資料點(有些 peak 因為週遭並無明顯相鄰間距一週期的 peak，所以並沒有用於週期的量測)，而兩兩線段所圍的區域裡打 O 的點則是求 Dispersion

時所取的資料點，打 X 則是在測量 Dispersion 時所做的參考點，同一 Pulsar 取三個不同的參考點作量測。

使用軟體: Adobe Photoshop CS2 和 Microsoft Office Excel 2003

※以下量測皆以像素為單位

A. Pulsar Period 的量測與計算方法

1. 比例尺的製作

在一個 Figure 裡，對上下的比例尺各做一次量測，先以最左的比例尺記號為基準向右方三個記號各作量測，兩量測點間跨 n 秒單位就將所得的量測值除以 n，以最左的比例尺記號為基準的量測做完後，再以下一個記號為基準向右方作量測，以此類推，假如有 N 個記號，則有 $N*(N+1)/2$ 個數據；最後從數據求出平均值，完成比例尺的製作，比為 pixel : second

2. Pulsar 週期的量測

量測週期所取的資料點如前述圖片說明所示，而量測方法與量測比例尺的方法相同。

3. Pulsar 週期的計算

將所得數據除以比例尺則得到 Pulsar 週期

B. Dispersion 的量測與計算方法

在 Figure 上任意取一參考點，由參考點對各個 Pulsar peak 測量，得到各 Pulsar peak 相對於此參考點的水平距離，依此方法做三次量測，分別在 Figure 圖片左、中、右位置；接下來判定哪些 Peaks 是同一訊號，判定結果如前述圖片說明所述，最後將量測同一訊號(兩兩線段所圍的區域裡打 O 的點)所得數據依不同頻率組合得出的值除以比例尺得到訊號延遲時間 Δt 。

最後再依 $\Delta t = 4150nd(1/f_1^2 - 1/f_2^2)$ 的關係式得出 dispersion。

C. Pulsar Distance 的計算方法

將前面所得的 Dispersion 除以 $n(=0.03)$ 即得出 Pulsar Distance(in parsecs)。

III. 結果與誤差分析

※以下所使用的 excel 的平均函數為 AVERAGE()，標準差為 STDEV()

$$\text{AVERAGE}() = \frac{\sum_i^N x_i}{N}$$

$$\text{STDEV}() = \sqrt{\frac{\sum_i^N (x_i - \bar{x})^2}{N-1}}$$

A. Pulsar Period 量測計算結果

PSR B0809+74			
Scale	234MHz	256MHz	405MHz
pix/sec	Δ pixels		
531.00	694.00	687.00	692.00
533.00	687.00	689.00	
533.00	689.33	689.33	
535.00	681.00	692.00	
534.00	687.00	691.00	
533.00	694.00	690.00	
533.00			
533.50			
533.67			
534.00			
533.50			
533.00			

比例尺平均	533.306
比例尺標準差	0.945
Δ pixel 平均	689.436
Δ pixel 標準差	3.497
週期平均	1.29276
週期標準差	0.00695

表格說明:

綠色表格代表資料所屬的 Pulsar 名字，深橘色代表 Scale 的量測資料，單位為 pix/sec，淡橘色代表各頻率下所量測的資料 Δ pixels - 兩 peaks 間的水平量測值除以所跨週期個數，右方表格為資料所屬 Pulsar 的資料計算結果。

誤差傳遞分析:

$$\text{週期平均} = \frac{\text{比例尺平均}}{\Delta \text{pixel 平均}}$$

若 $X = \frac{A}{B}$ ，則 $\frac{\sigma_X^2}{X^2} = \frac{\sigma_A^2}{A^2} + \frac{\sigma_B^2}{B^2} + 2 \frac{\sigma_{AB}^2}{AB}$

而比例尺和 Δ pixels 為無相關的，所以 σ_{AB} 為零，依此算法得出週期的標準差。

PSR B0950+08			
Scale	234MHz	256MHz	405MHz
pix/sec	Δ pixels		
535.00	136.00	137.00	136.00
531.50	136.00	136.50	137.00
533.00	134.67	134.67	135.33
528.00	134.50	134.75	134.75
532.00	136.00	138.00	139.00
536.00	134.00	134.50	136.00
536.00	134.33	134.67	135.00
531.00	132.00	131.00	133.00
533.00	133.50	133.00	132.50
526.00	135.00	135.00	132.00
532.00	132.00	133.00	132.00
537.00			

比例尺平均 532.542
 比例尺標準差 3.271
 Δ pixel 平均 134.626
 Δ pixel 標準差 1.860
 週期平均 0.25280
 週期標準差 0.00382

PSR B0329+54				
Scale	234MHz	256MHz	405MHz	1420MHZ
pix/sec	Δ pixels			
534.00	390.00	383.00	382.00	384.00
534.00	384.00	382.00	381.50	383.00
532.67	377.00	380.00	382.00	382.33
534.00			382.00	381.75
532.00			382.00	380.40
530.00			382.00	381.00
535.00			382.33	381.00
534.00			383.00	381.00
533.00			382.50	379.75
532.00			382.00	381.00
531.50				381.00
531.00				379.00

比例尺平均	532.764
比例尺標準差	1.498
Δ pixel 平均	381.583
Δ pixel 標準差	2.304
週期平均	0.71623
週期標準差	0.00477

				381.00
				378.50
				377.00

B. Pulsar Dispersion 和 Distance 的量測計算結果

PSR B0809+74						
	MHz			Δ pixel		
	234	256	405	234~256	234~405	256~405
data1	59	20		39		
	752	707		45		
	1433	1398	1279	35	154	119
	2127	2088	1971	39	156	117
data2	-1032	-1071		39		
	-339	-384		45		
	342	307	188	35	154	119
	1036	997	880	39	156	117
data3	-2173	-2212		39		
	-1480	-1525		45		
	-799	-834	-953	35	154	119
	-105	-143	-261	38	156	118

	234~256	234~405	256~405	
Δ pixel 平均	39.42	155.00	118.17	
Δ pixel 標準差	3.75	1.10	0.98	
Δ t 平均	0.074	0.291	0.222	
Δ t 標準差	0.007	0.002	0.002	
Dispersion 平均	5.929	5.756	5.827	5.837
Dispersion 標準差	0.565	0.042	0.050	0.189
Distance 平均	197.618	191.881	194.246	194.582
Distance 標準差	18.818	1.398	1.652	6.314

表格說明:

綠色表格代表資料所屬的 Pulsar 名字，深橘色代表不同參考點下的量測資料，淡橘色代表各頻率下所量測的資料，金色代表不同頻率組合下兩 peaks 間所跨的距離 Δ pixel，下方表格為資料所屬 Pulsar 的資料計算結果，其中粗框代表左方數值的平均。

誤差傳遞分析:

$$\Delta t \text{ 平均} = \frac{\text{比例尺平均}}{\Delta \text{pixel 平均}}$$

$$\text{若 } X = \frac{A}{B}, \text{ 則 } \frac{\sigma_X^2}{X^2} = \frac{\sigma_A^2}{A^2} + \frac{\sigma_B^2}{B^2} + 2 \frac{\sigma_{AB}^2}{AB}$$

而比例尺和 Δ pixels 為無相關的，所以 σ_{AB} 為零，依此算法得出各頻率組合下 Δt 的標準差。

依 $\Delta t = 4150nd(1/f_1^2 - 1/f_2^2)$ 關係式，得出 Dispersion(= nd)的平均；將 Δt 標準差帶入前式的 Δt 位置即可得出 Dispersion 的標準差。

將得到的 Dispersion 除以 $n(=0.03)$ 即得到 Pulsar Distance，Dispersion 的標準差也同樣除以 n 即得到 Distance 的標準差。

將 Dispersion 和 Distance 的值作平均，得出於右方粗框內的值

$$\text{若 } X = aA + bB, \text{ 則 } \sigma_X^2 = a^2\sigma_A^2 + b^2\sigma_B^2 + 2ab\sigma_{AB}^2$$

依此算法，各別得出 Dispersion 和 Distance 的標準差，

PSR B0950+08						
	MHz			Δ pixel		
	234	256	405	234~256	234~405	256~405
data1	266	243	182	23	84	61
	402	379	317	23	85	62
	538	516	455	22	83	61
	670	648	589	22	81	59
	803	783	721	20	82	62
	1482	1462	1396	20	86	66
	1748	1724	1664	24	84	60
	1887	1864	1802	23	85	62

	2157	2133	2074	24	83	59
	2288	2267	2206	21	82	61
data2	-852	-875	-936	23	84	61
	-716	-738	-801	22	85	63
	-580	-601	-662	21	82	61
	-448	-470	-530	22	82	60
	-315	-335	-397	20	82	62
	364	344	278	20	86	66
	630	607	546	23	84	61
	768	746	684	22	84	62
	1038	1015	955	23	83	60
	1170	1148	1088	22	82	60
data3	-2055	-2078	-2139	23	84	61
	-1918	-1941	-2003	23	85	62
	-1783	-1804	-1865	21	82	61
	-1651	-1673	-1732	22	81	59
	-1518	-1538	-1600	20	82	62
	-838	-859	-925	21	87	66
	-573	-597	-657	24	84	60
	-434	-457	-519	23	85	62
	-164	-188	-247	24	83	59
	-33	-55	-115	22	82	60

	234~256	234~405	256~405	
Δ pixel 平均	22.10	83.47	61.37	
Δ pixel 標準差	1.30	1.57	1.90	
Δ t 平均	0.041	0.157	0.115	
Δ t 標準差	0.002	0.003	0.004	
Dispersion 平均	3.329	3.104	3.031	3.155
Dispersion 標準差	0.196	0.061	0.096	0.076
Distance 平均	110.959	103.475	101.021	105.152
Distance 標準差	6.542	2.047	3.193	2.521

PSR B0329+54											
	MHz				Δ pixel						
	234	256	405	1420	234~256	234~405	234~1420	256~405	256~1420	405~1420	
data1	1281	1107	559	227	174	722	1054	548	880	332	
	1671	1490	942	611	181	729	1060	548	879	331	
	2049	1871	1323	992	178	726	1057	548	879	331	
			1706	1374							332
			2088	1753							335
data2	143	-31	-578	-911	174	721	1054	547	880	333	
	534	352	-196	-527	182	730	1061	548	879	331	
	911	732	185	-146	179	726	1057	547	878	331	
			568	236							332
			950	615							335
data3	-982	-1156	-1703	-2036	174	721	1054	547	880	333	
	-591	-773	-1321	-1652	182	730	1061	548	879	331	
	-214	-392	-940	-1271	178	726	1057	548	879	331	
			-557	-890							333
			-175	-510							335

	234~256	234~405	234~1420	256~405	256~1420	405~1420	
Δ pixel 平均	178.00	725.67	1057.22	547.67	879.22	332.40	
Δ pixel 標準差	3.35	3.64	2.91	0.50	0.67	1.55	
Δ t 平均	0.334	1.362	1.984	1.028	1.650	0.624	
Δ t 標準差	0.006	0.008	0.008	0.003	0.005	0.003	
Dispersion 平均	26.800	26.977	26.914	27.036	26.937	26.843	26.918
Dispersion 標準差	0.511	0.155	0.106	0.080	0.078	0.146	0.191
Distance 平均	893.323	899.245	897.120	901.186	897.892	894.777	897.257
Distance 標準差	17.020	5.171	3.528	2.665	2.615	4.871	6.382

IV. 問題、討論與結論

A. 問題

Are the measured distances consistent with the given values? Why?

PSR B0809+74 Distance = 194.582 ± 6.314 parsecs, given values = 192 parsecs, 在範圍內

PSR B0950+08 Distance = 105.152 ± 2.521 parsecs, given values = 99 parsecs, 沒在範圍內

PSR B0329+54 Distance = 897.257 ± 6.382 parsecs, given values = 893 parsecs, 在範圍內

我想之所以 PSR B0950+08 的週期量測結果沒涵蓋到給定值的原因如下:

假定用 Photoshop 以像素為基準來解析，因人為判斷 Peaks 所在的過程中所造成的誤差在測量每個 Pulsar 的時候程度都一樣，而 PSR B0950+08 兩 peaks 間的距離相對其他 Pulsar 所量測的距離整理來說是最小的，所以在這樣的環境下，自然 PSR B0950+08 的誤差放大效應會較明顯。

Is the assumed value (0.03) of n reasonable?

不見得從星空上各方向來的 Pulsar 訊號都經過平均來說差不多大小的 electron density，應該要考慮到太陽的日冕物質拋射造成的誤差，而有時後太陽表面活動比較激烈時，會拋射出大量的物質，當然包括自由電子，則在太陽系的空間中或許 electron density 會有些微的改變，可藉由其他量測距離方法所得的較精確的某些 Pulsar 的距離來推測當時後的 n 值。

而不同距離的 pulsar，銀河系內或外，或是存在於星系核心的 Pulsar 的 n 值右會有所不同。

Is there any other method can be used to estimate pulsar distance?

在 1pc~800pc 的距離內可以用視差法(Parallax)測量

在 75pc~10000kpc 的距離可以用光譜視差法(Spectroscopic Parallax)測量、等

B. 討論與結論

1. Pulsar Period

PSR B0809+74 Period = 1.29276 ± 0.00695 seconds , given values = 1.29224 seconds , 在範圍內

PSR B0950+08 Period = 0.25283 ± 0.00382 seconds , given values = 0.253065 seconds , 在範圍內

PSR B0329+54 Period = 0.71623 ± 0.00477 seconds , given values = 0.71452 seconds , 在範圍內

2.Pulsar Dispersion

		PSR B0809+74						
		234~256	234~405	256~405				
Dispersion 平均		5.929	5.756	5.827	5.837			
Dispersion 標準差		0.565	0.042	0.050	0.189			
		PSR B0950+08						
		234~256	234~405	256~405				
Dispersion 平均		3.329	3.104	3.031	3.155			
Dispersion 標準差		0.196	0.061	0.096	0.076			
		PSR B0329+54						
		234~256	234~405	234~1420	256~405	256~1420	405~1420	
Dispersion 平均		26.800	26.977	26.914	27.036	26.937	26.843	26.918
Dispersion 標準差		0.511	0.155	0.106	0.080	0.078	0.146	0.191

由 ATNF 查到的 Dispersion 值

PSR B0809+74 Dispersion = 6.116 parsecs

PSR B0950+08 Dispersion = 2.958 parsecs

PSR B0329+54 Dispersion = 26.833 parsecs

由上面 Dispersion 的數據結果表格發現，兩頻率相差越多的頻率組合所量出來的 Dispersion 標準差越小，尤以 234~256MHZ 組合的標準差最大，符合前面問題中所做的推論，而 PSR B0950+08 在 234~256MHZ 頻率組合的 Dispersion 標準差相較 PSR B0809+74 來的小，應是 PSR B0950+08 的測量數據較 PSR B0809+74 較多的結果。

所以兩頻率相差越大的頻率組合較頻率相差小的頻率組合的精確度(accuracy)來的要高，因為測量本身造成的誤差在頻率相差越大的頻率組合的比例越小，所以表現出來的標準差越小。

而將實驗講義給的值再跟由 ATNF 查到的 Dispersion 值比較，都有些差異，其中 PSR

B0809+74 的值差異最大，如果將量測值和 ATNF 的值做比較的話，只有 PSR B0329+54 的 Dispersion 量測值有包含到 ATNF 給的值。

以下是這次資料分析我所學到關於數據處理的觀念，有錯請助教指正

- 1.標準差的大小(資料的離散程度)主要取決於量測數據的多寡 (統計上、數學上)
- 2.數據的精確度(資料的準度)取決於量測本身潛在的誤差，如刻度大小、人眼判斷力、原始資料的製作、電腦軟體解析度、等 (環境因素、物理上)

V. 參考資料

The ATNF Pulsar Database

<http://www.atnf.csiro.au/research/pulsar/psrcat/>

Cordes-Lazio NE2001 Galactic Free Electron Density Model

http://rsd-www.nrl.navy.mil/7213/lazio/ne_model/

Universe 7th, Roger A. Freedman

Chapter 23、26