

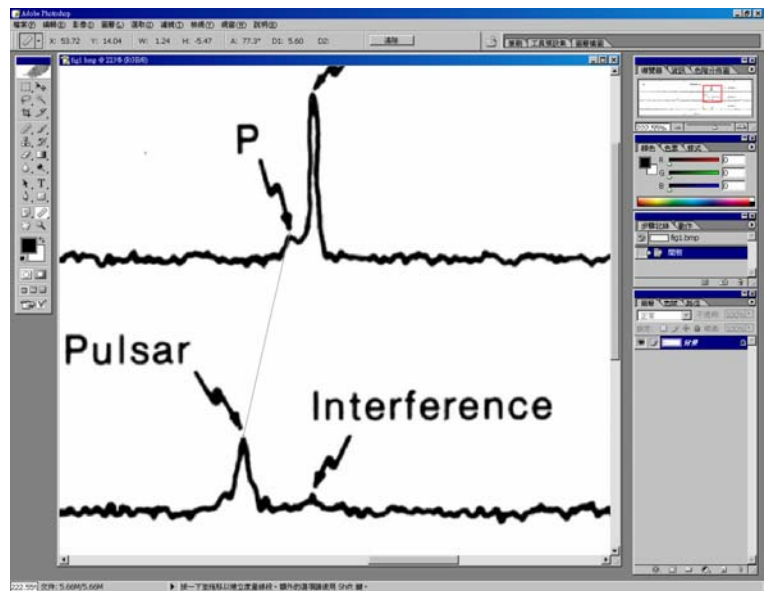
## 天文資料分析-Pulsars

### 一、目的

利用 Pulsar 自轉時磁軸對準地球所給予的訊號，計算出其週期；同時在以不同頻率接收時的時間差，計算出其與地球的距離。

### 二、量測與計算方法

測量圖上距離的方法，以軟體 Adobe PhotoShop CS 中的「度量工具」作為測量工具。(如右圖所示)



計算則在 Microsoft

Excel 中輸入式子計算並製表後，再行複製至本檔案輸出。

Exercise A：

1. 開啟每一張圖檔時，先確定每一張是否擺放水平，若無則旋轉至水平，如 Fig.1 逆時針旋轉 0.7 度
2. 以前述之量測方式測量圖上時間軸每 1sec. 之長度，並計算其平均值及標準差

3.測量波峰間的水平距離，計算其平均值與標準差

4.將所得距離除以步驟 2 之 1sec.的長度，即為週期

#### Exercise B :

1.估計兩不同頻率間，哪兩個波峰屬於同一個訊號源，測量同訊號源、不同頻率之兩波峰間水平距離，並計算其平均值及標準差

2.將步驟 1 測得的數據除以 Exercise A 中步驟 2 之 1sec.的長度，即為兩訊號間之時間差

3.將前步驟數據帶入此式：

$$\text{時間差}/(4150*((1/(\text{頻率 1}*\text{頻率 1}))-1/(\text{頻率 2}*\text{頻率 2})))$$

得到的數據即為 Dispersion (nd)

#### Exercise C :

1.將 Exercise B 得到之 Dispersion (nd) 數據除以資料所給予的  $n = 0.03$  即得到該 Pulsar 與地球間之距離(d)

### 三、結果與誤差分析

Exercise A :

#### 1. PSR 0809 +74

1sec 在圖上之長度(cm/sec)	18.76	18.87	18.80	18.78	18.83	18.83
---------------------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

結果： 1sec 在圖上之長度 =  $18.812 \pm 0.040$  cm/sec

f(MHz)	兩波峰 間距(cm)
234	24.41
234	24.02
234	24.45
256	24.17
256	24.39
256	24.28
405	24.09
405	23.21
405	24.39

結果： 兩波峰間距 =  $24.157 \pm 0.386$  cm

週期 = 兩波峰間距  $\div$  1sec 在圖上之長度

$$= (24.157 \pm 0.386) \div (18.812 \pm 0.040)$$

$$= (24.157 \div 18.812)$$

$$\pm \sqrt{((24.157/18.812)^2 \times ((0.386/24.157)^2 + (0.040/18.812)^2))}$$

$$= 1.284 \pm 0.021 \text{ sec.}$$

此誤差傳遞分析係因兩獨立資料  $u$ 、 $v$  相除時， $\frac{\sigma_X^2}{X^2} = \frac{\sigma_u^2}{u^2} + \frac{\sigma_v^2}{v^2}$

## 2. PSR 9050 +08

1sec 在圖上之長度(cm/sec)	18.89	18.62	18.89	18.92	18.58	18.92
---------------------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

結果： 1sec 在圖上之長度 =  $18.803 \pm 0.159$  cm/sec

f(MHz)	兩波峰 間距(cm)
234	4.79
234	4.80
234	4.66
234	4.71
234	4.63
256	4.86
256	4.83
256	4.65
256	4.74
256	4.69
405	4.80
405	4.81
405	4.75
405	4.68
405	4.73

結果： 兩波峰間距 =  $4.742 \pm 0.071$  cm

與前項誤差傳遞分析方式相同，得到其

週期 =  $0.252 \pm 0.004$  sec.

## 3. PSR 0329 +54

1sec 在圖上之長度(cm/sec)	18.81	18.81	18.76	18.74	18.78	18.85
---------------------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

結果： 1sec 在圖上之長度 =  $18.792 \pm 0.040$  cm/sec

f(MHz)	兩波峰 間距(cm)
234	13.55
234	13.53
256	13.50

(續前頁表格)

f(MHz)	兩波峰 間距(cm)
256	13.46
405	13.54
405	13.50
405	13.50
405	13.48
405	13.50
1420	13.50
1420	13.42
1420	13.48
1420	13.42

結果： 兩波峰間距 =  $13.491 \pm 0.040$  cm

與前項誤差傳遞分析方式相同，得到其

週期 =  $0.718 \pm 0.003$  sec.

Exercise B、C：

1. PSR 0809 +74

1sec 在圖上之長度 =  $18.812 \pm 0.040$  cm/sec

f1(MHz)	f2(MHz)	波峰長 度差(cm)	時間差 (sec)	Dispersion ((cm <sup>-3</sup> )(pc.))	與地球距離 (pc.)
234	256	1.35	0.072	5.756	191.877
234	256	1.24	0.066	5.287	176.242
234	256	1.39	0.074	5.927	197.562
256	405	4.18	0.222	5.844	194.793
256	405	4.08	0.217	5.704	190.133
234	405	5.39	0.287	5.675	189.160
234	405	5.47	0.291	5.759	191.968

結果： Dispersion =  $5.707 \pm 0.204$  (cm<sup>-3</sup>)(pc.)

與地球距離 =  $190.248 \pm 6.796$  pc.

## 2. PSR 9050 +08

1sec 在圖上之長度 =  $18.803 \pm 0.159$  cm/sec

f1(MHz)	f2(MHz)	波峰長度差(cm)	時間差(sec)	Dispersion ((cm <sup>-3</sup> )(pc.))	與地球距離(pc.)
234	256	0.82	0.044	3.498	116.603
234	256	0.79	0.042	3.370	112.337
234	256	0.78	0.041	3.327	110.915
234	256	0.78	0.041	3.327	110.915
234	256	0.79	0.042	3.370	112.337
234	256	0.79	0.042	3.370	112.337
234	256	0.78	0.041	3.327	110.915
256	405	2.22	0.118	3.105	103.504
256	405	2.19	0.116	3.063	102.106
256	405	2.17	0.115	3.035	101.173
256	405	2.08	0.111	2.909	96.977
256	405	2.14	0.114	2.993	99.774
256	405	2.09	0.111	2.923	97.443
256	405	2.12	0.113	2.965	98.842
234	405	2.97	0.158	3.128	104.281
234	405	2.95	0.157	3.107	103.579
234	405	2.92	0.155	3.076	102.525
234	405	2.89	0.154	3.044	101.472
234	405	3.00	0.160	3.160	105.334
234	405	2.95	0.157	3.107	103.579
234	405	2.92	0.155	3.076	102.525

結果： Dispersion =  $3.156 \pm 0.170$  (cm<sup>-3</sup>)(pc.)

與地球距離 =  $105.213 \pm 5.663$  pc.

### 3. PSR 0329 +54

1sec 在圖上之長度 =  $18.792 \pm 0.040$  cm/sec

f1(MHz)	f2(MHz)	波峰長度差(cm)	時間差(sec)	Dispersion ((cm <sup>3</sup> )(pc.))	與地球距離(pc.)
234	256	6.13	0.326	26.166	872.190
234	256	6.19	0.329	26.422	880.727
234	256	6.30	0.335	26.891	896.378
256	405	19.29	1.027	26.997	899.896
256	405	19.34	1.029	27.067	902.228
256	405	19.31	1.028	27.025	900.829
405	1420	11.75	0.625	26.901	896.713
405	1420	11.68	0.622	26.741	891.371
405	1420	11.68	0.622	26.741	891.371
405	1420	11.73	0.624	26.856	895.186
405	1420	11.80	0.628	27.016	900.529
234	405	25.43	1.353	26.802	893.406
234	405	25.50	1.357	26.876	895.865
234	405	25.62	1.363	27.002	900.081
256	1420	31.06	1.653	26.978	899.267
256	1420	30.97	1.648	26.900	896.661
256	1420	30.97	1.648	26.900	896.661
234	1420	37.18	1.979	26.833	894.448
234	1420	37.18	1.979	26.833	894.448
234	1420	37.22	1.981	26.862	895.411

結果： Dispersion =  $26.840 \pm 0.212$  (cm<sup>3</sup>)(pc.)

與地球距離 =  $894.683 \pm 7.062$  pc.

此處誤差分析為直接取上表數據之平均及標準差，並未考慮 1sec 在圖上之長度的誤差傳遞，接下來的第四部份中會做討論。

#### 四、問題、討論與結論

PSR 0809+74：週期 =  $1.284 \pm 0.021$  sec.

其給予的值 1.292 sec. 在此範圍內；

Dispersion =  $5.707 \pm 0.204$  (cm<sup>-3</sup>)(pc.)

其給予的值 5.757 (cm<sup>-3</sup>)(pc.) 在此範圍內；

與地球距離 =  $190.248 \pm 6.796$  pc.

其給予的值 192 pc. 在此範圍內；

PSR 0950+08：週期 =  $0.252 \pm 0.004$  sec.

其給予的值 0.253065 sec. 在此範圍內；

Dispersion =  $3.156 \pm 0.170$  (cm<sup>-3</sup>)(pc.)

其給予的值 2.969 sec. 不在此範圍內；

與地球距離 =  $105.213 \pm 5.663$  pc.

其給予的值 99 pc. 不在此範圍內；

PSR 0329+54：週期 =  $0.718 \pm 0.003$  sec.

其給予的值 0.715 sec. 在此範圍內；

Dispersion =  $26.840 \pm 0.212$  (cm<sup>-3</sup>)(pc.)

其給予的值 26.776 sec. 在此範圍內；

與地球距離 =  $894.683 \pm 7.062$  pc.

其給予的值 893 pc. 在此範圍內；

此次實驗的誤差，若不考慮其參考值而論數據本身平均及其誤差範圍，

除了 PSR 0950+08 之 Dispersion 和其與地球間距離外之外，數據的誤差都有

在百分之五以內，且資料提供之參考值也都有在此範圍內，這些誤差來源可能有的因素如下：

1. 測量上的誤差——因為長度測量有最小刻度，故其精確度也是有極限
2. 樣本本身的誤差——一方面可能是儀器在記錄訊號時產生的誤差；另一方面也可能是原始圖檔光學掃描時造成的誤差，例如此三張圖表外框都有點變形的現象，並非都是非常方正的矩形。

但為何在 PSR 0950+08 之 Dispersion 和其與地球間距離這兩組數據卻有較大的差異呢？除了上述共同有的誤差因素之外，我認為此項數據在人為測量時不夠精確；這兩項數據人為測量的參數為同訊號不同頻率兩波峰水平距離差以及 1sec 在圖上之長度，但後者數據在計算週期時有使用到且其仍然在合理範圍內，故應該是測量兩波峰水平距離差時不夠精確所造成。

在測量週期的部份，倘若把兩波峰間的水平距離直接分別除以 1sec 在圖上之長度的平均值，再將其數據作平均及標準差(即不考慮 1sec 在圖上之長度的誤差傳遞)並與原始有考慮 1sec 在圖上之長度的誤差傳遞的標準差做比較，會發現除了 PSR 0329+54 的週期標準差有 0.001 的差距之外，其它兩組數據到小數點第三位皆無差別；這代表 1sec 在圖上之長度的誤差其實是可以忽略的，故在 Dispersion 以及與地球距離的計算上就忽略了此一部份的誤差傳遞。

在距離的估算方面，根據“ANTF Pulsar Catalogue”提供的資料：

PSR 0809+74 與地球距離 = 430 pc.，

PSR 0950+08 與地球距離 = 260 pc.，

PSR 0329+54 與地球距離 = 1060 pc.；

而我根據參考資料的估算依序分別為  $190.248 \pm 6.796$  pc.、 $105.213 \pm 5.663$  pc. 以及  $894.683 \pm 7.062$  pc.，差異甚大，故應該有更適合的計算方式。我認為電子密度取  $n = 0.03$  是個比較概略的算法，若利用“Taylor & Cordes (1993) electron density model”計算，其距離估算約可準確到百分之二十五。根據“ANTF Pulsar Catalogue”提供的資料，其三 Pulsars 利用“Taylor & Cordes (1993) electron density model”估算所得之與地球距離依序為 330pc.、160pc. 以及 1440pc.，前兩者較以  $n = 0.03$  所計算出的資料接近許多。除此之外，這三者 Pulsars 可使用 Spectroscopic parallax 法測其距離，此法可量測距離範圍為 40pc. ~ 10kpc.。

所謂誤差，不單單只是與標準值做比較，同時也是同一組數據間的差異性，而其也可能受到來源參數的影響，也就是有誤差傳遞的情形，以前較少做如此的數據處理，透過這次的資料分析在這方面學到不少。製作這份報告的過程中也讓我了解到，同樣都是要測量距離，卻會同時有許多種方法，唯有不斷地嘗試以找出最好的答案，這就是科學吧！

## 五、參考資料

- W.H. Freeman and Company  
Universe ( 7<sup>th</sup> Edition)  
Roger A. Freedman, William J. Kaufmann III
- Laboratory Exercises in Astronomy – Pulsars  
Kurtiss J. Gordon, Hampshire College, Amherst, Massachusetts
- CSIRO  
ANTF Pulsar Catalogue  
<http://www.atnf.csiro.au/research/pulsar/psrcat/>
- University of Chicago Press  
The Astrophysical Journal - Pulsar distances and the galactic distribution of free electrons  
<http://www.journals.uchicago.edu/cgi-bin/resolve?id=doi:10.1086/172870>  
J. H. Taylor, J. M. Cordes
- 實驗數據的處理與分析  
<http://www.phy.ntnu.edu.tw/demolab/Notes/dataProcess.html#%BB~%AEt%B6%C7%BB%BC>  
國立臺灣師範大學物理系 黃福坤